

السقوط الرأسي باحتكاك



يهدف هذا التمرين في خطوة أولى إلى تحليل معلومات واردة بموقع على الإنترن特 مرتبطة بمشروع "القفزة الكبرى" للمظلي الفرنسي Michel Fournier ، و في خطوة ثانية دراسة قفزة تقليدية بواسطة مظلة.

الجزء الثاني من التمرين مستقل عن الجزء الأول.

الجزء الأول: القفزة البدني

مقال يوم الجمعة 12 يوليو 2002 للصحيفة الإلكترونية اليومية الكندية "Le Devoir"

أعلن يوم أمس المدرب السابق للفوز بالمظلة في الجيش الفرنسي Michel Fournier (58 عاما) عزمه إنجاز خلال شهر شتنبر سقوط حر على ارتفاع 40000m فوق الديار الكندية، حيث صرح بباريس أن ما يهمه في المقام الأول هو تسجيل رقم قياسي جديد ورفع التحدي البدني الذي تشكله هذه القفزة. لتحقيق هذا الإنجاز، سيتم تجهيزه بذلة مضغوطه مماثلة لبذلة رواد الفضاء، غير أنها عُدلت لتتحمل درجات حرارة جد منخفضة (-110°C) و زُودت بمظلة السقوط.

سيبلغ Michel Fournier ارتفاع 40000m خلال ثلاث ساعات تقربيا على متن سلة (nacelle) يقودها منطاد مضغوط بغاز الهيليوم، حيث تم تقدير مدة السقوط في 6 دقائق و 25 ثانية (6min25s). في غياب الضغط الجوي سيتمكن Michel Fournier من اجتياز سرعة الصوت (1067km.h^{-1}) بعد ثلاثين ثانية تقربيا من بدء السقوط في وضع رأسي لتناقص بعد ذلك تدريجيا نتيجة تكاثف الهواء، ليتسنى له أخذ وضع أفقى وفتح مظلته على ارتفاع 1000m. لأسباب أمنية سيتم إنجاز هذا السقوط في شمال كندا فوق قاعدة Saskatoon باعتبارها منطقة صغيرة الكثافة السكانية، وتجدر الإشارة إلى أن الرقم القياسي للفوز بالمظلة يوجد حاليا بحوزة الأمريكي Joseph Kittinger الذي حقق في غشت 1960 سقوطا على ارتفاع 30840m.

1- شدة مجال الثقالة (بداية القفزة)

- 1-1- تسلط الأرض على المجموعة المكونة من المظلي و تجهيزاته قوة التجاذب F .
عبر عن شدة هذه القوة بدلالة كتلة الأرض M_T و شعاعها R_T و ثابتة التجاذب الكوني G وكتلة المجموعة m و الارتفاع h .
- 1-2- باعتبار أن هذه القوة تساوي وزن المجموعة، أوجد تعبير شدة مجال الثقالة g على ارتفاع h بدلالة كتلة الأرض M_T و شعاعها R_T و ثابتة التجاذب الكوني G و الارتفاع h .
- 1-3- احسب شدة مجال الثقالة على ارتفاع 40000m
المعطيات:

$$M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg} \quad R_T = 6,37 \cdot 10^3 \text{ km} \quad G = 6,67 \cdot 10^{-11} (\text{S.I})$$

2- السقوط الحر (بداية السقوط)

يكون الضغط الجوي عند بداية السقوط جد منخفض لنزرة الهواء على هذا الارتفاع، لذا يمكننا إهمال تأثير الهواء على مجموعة المظلي وتجهيزاته.
نقبل في هذا الجزء الفرعي أن شدة مجال الثقالة ثابتة وتساوي $g=9,7 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$ و السرعة البدئية للسقوط منعدمة.

2-1- ماذا نعني بالسقوط الحر؟

2-2- أوجد تعبير تسارع المظلي أثناء هذه المرحلة.

2-3- استنتج تعبير السرعة v بدلالة الزمن t ، ثم تحقق من كون مدة السقوط t_1 التي تسمح بالوصول إلى سرعة انتشار الصوت ($1067 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$) هي المدة الزمنية المحددة في النص.

2-4- عبر عن المسافة المقطوعة x بدلالة مدة السقوط t ، ثم احسب قيمتها x_1 عند ما تصبح سرعة المظلي تساوي سرعة انتشار الصوت. استنتاج إذن الارتفاع h_1 الذي يوجد به المظلي عند قطع هذه المسافة.

3- شروط درجة الحرارة

3-1- نستخدم بالنسبة للصوت سرعة انتشار الصوت عوض سرعة الصوت. فسر ذلك.

3-2- نقبل أن سرعة انتشار الصوت v_s تتناسب مع جذر مربع درجة الحرارة المطلقة T :

$$v_s = k\sqrt{T}$$

حدد قيمة درجة حرارة الجو θ_1 الموافقة لسرعة انتشار الصوت تساوي $1067 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

المعطيات:

$$v_{s0} = 1193 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} \quad \theta_0 = 0^\circ\text{C} \quad T = 273 + \theta \quad (\text{K}) \quad \theta (\text{C})$$

الجزء الثاني: القفزة التقليدية

نعتبر مظلياً كتلته مع تجهيزاته $m=80 \text{ kg}$ ينطلق بدون سرعة بدئية من منطاد ساكن يوجد على ارتفاع 1000 m . يتم السقوط عبر مرحلتين:

1- المرحلة الأولى:

أثناء هذه المرحلة لا يستخدم المظلي مظلته، ويمكننا خاللها:

- نمذجة تأثير الهواء بقوة تعبيرها $F = kv^2$ مع k و v سرعة المظلي؛

- إهمال دافعة أرخميدس المطبقة من طرف الهواء؛

- اعتبار شدة مجال الثقالة ثابتة: $g_0 = 9,8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.

1-1- حدد وحدة المعامل k في النظام العالمي للوحدات.

1-2- اجرد القوى المطبقة على مجموعة المظلي وتجهيزاته و أوجد المعادلة التفاضلية التي تتحققها السرعة بدلالة الزمن. بين أنها توافق: $\frac{dv}{dt} = 9,8 - 0,0035v^2$

1-3- ندرج منحى تطور السرعة بدلالة الزمن في الملحق 1.

1-3-1- استنتاج قيمتي السرعة الحدية و الزمن المميز للحركة.

1-3-2- كيف يمكننا إيجاد قيمة تقريبية لشدة مجال الثقالة انطلاقاً من هذه الوثيقة.

1-4- تم تمثيل هذا المنحنى عن طريق حل المعادلة التفاضلية بطريقة أولير Euler الحسابية. ندرج جزءاً من ورقة الحساب في الجدول التالي:





التسارع $A = dv/dt \text{ (m/s}^2)$	السرعة $v \text{ (m/s)}$	التاريخ $t \text{ (s)}$
9,80	0,00	0,00
9,80	0,98	0,10
9,79	1,96	0,20
9,77	2,94	0,30
9,75	3,92	0,40
9,72	4,89	0,50
9,68	5,86	0,60
9,64	6,83	0,70

1- ما هي الخطوة Δt المستعملة في هذا الحساب.

2- اشرح طريقة أولير بإنجاز عمليتي حساب التسارع عند اللحظة $s=0,40\text{s}$ و السرعة عند اللحظة $t_5=0,50\text{s}$.

3- تم كذلك في الوثيقة المواجهة بالملحق 1 تمثيل تطور الموضع x خلال الزمن. حدد تاريخ وصول المظلي إلى سطح الأرض إن لم يقم بفتح مظلته.

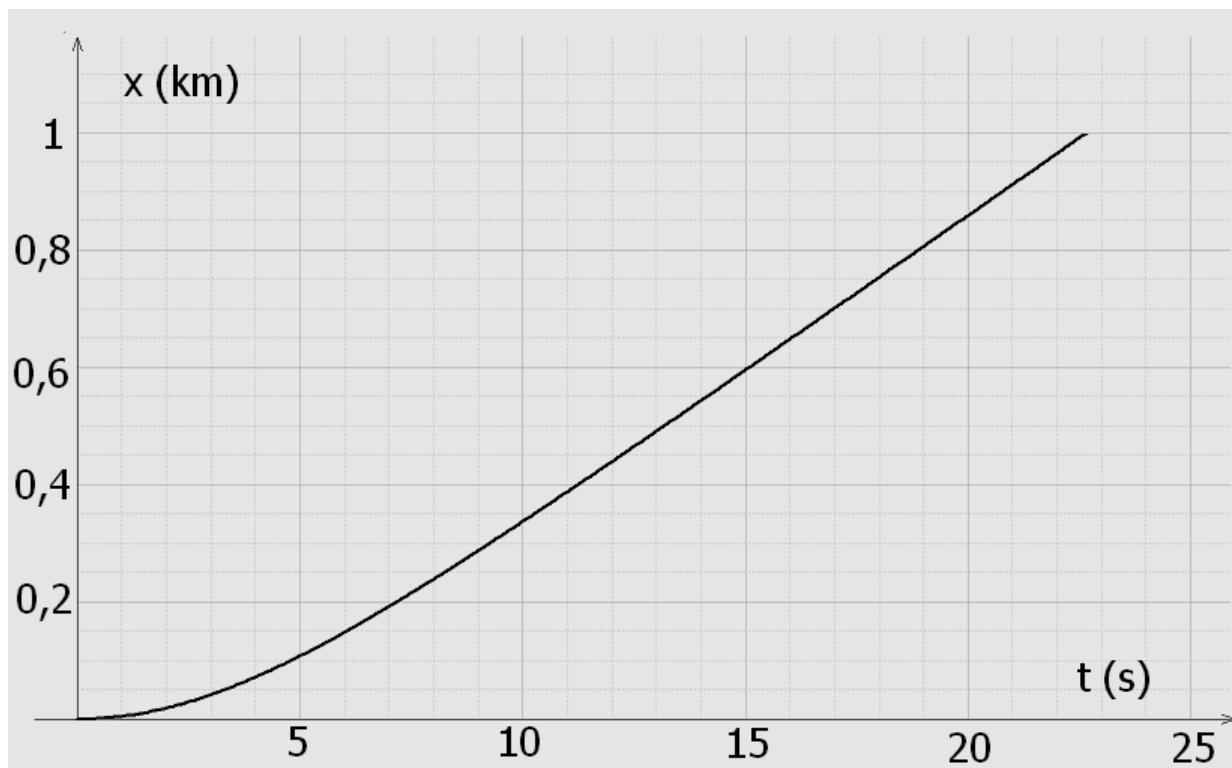
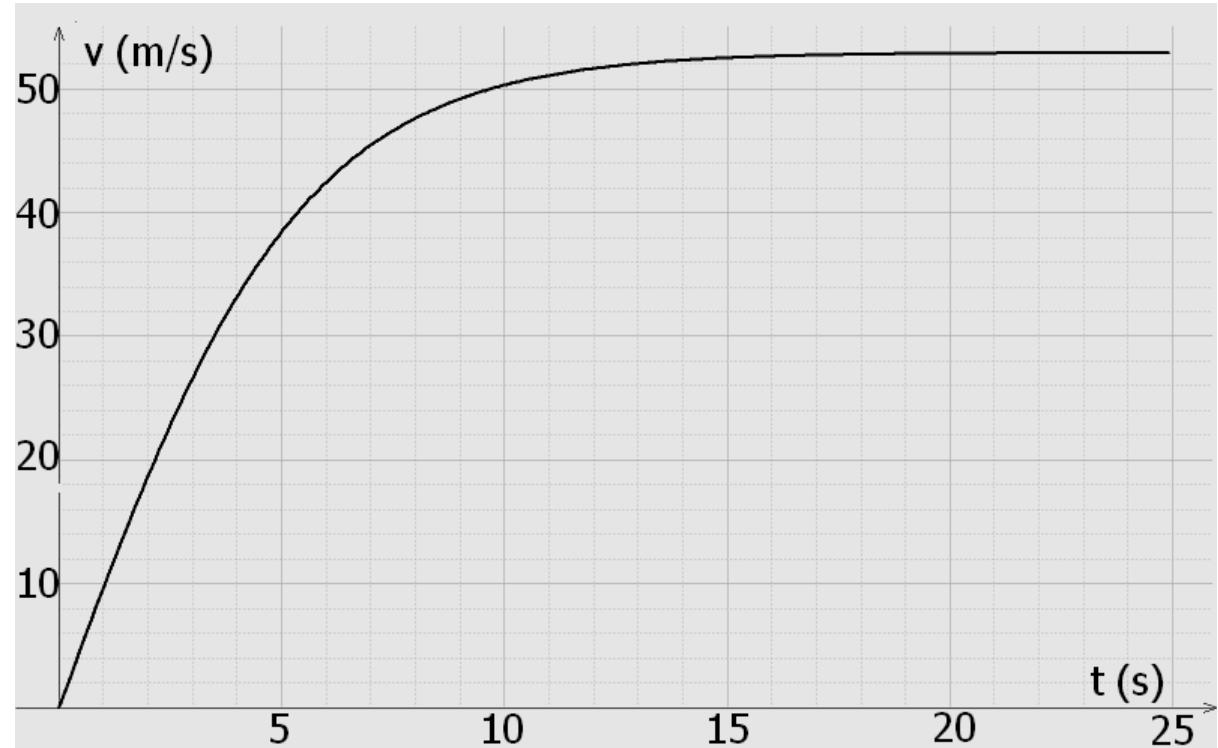
2- المرحلة الثانية:

بعد فتح المظلي لمظلته عند اللحظة $s=12\text{s}$ ، تبدأ السرعة في الانخفاض تدريجياً إلى أن تستقر خلال 4 ثوان في قيمة ثابتة $4,5\text{m.s}^{-1}$.

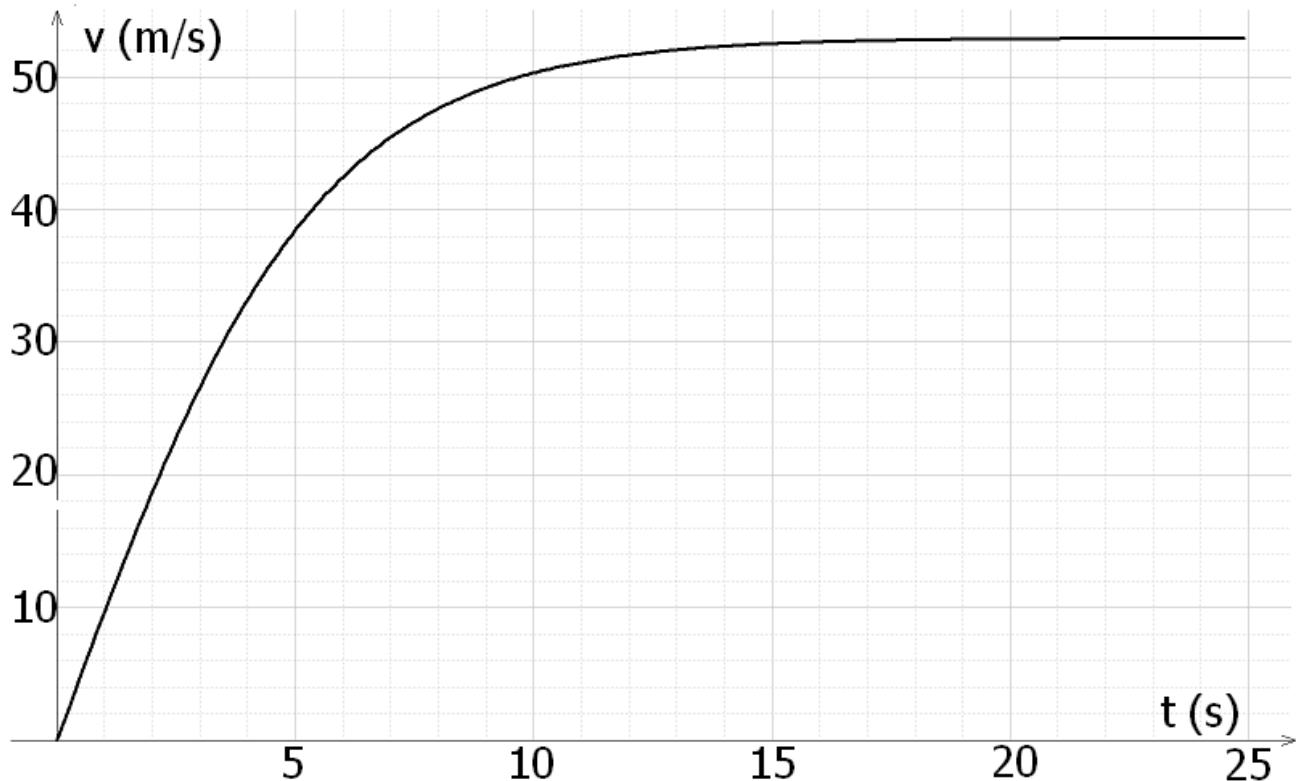
4- يؤدي فتح المظلة إلى تغيير قوة الاحتكاك حيث تصبح على شكل $F' = k'.v^2$. بالاستعانة بالتعبير الحرفي للسرعة الحدية أوجد قيمة k' .

5- مثل في الملحق 2 تطور السرعة بدلالة الزمن (التطور بالنسبة للفترة بمرحلتها).
لقد تم في هذا الملحق إعادة تمثيل منحنى تطور السرعة في المرحلة الأولى التي لم يتم فيها استخدام المظلة.

الملحق 1



الملحق 2





التصحيح

الجزء الأول: القفزة البدني

1- شدة مجال الثقالة (بداية القفزة)

-1-1

$$F = G \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)^2} \quad \text{لدينا:}$$

$$F = G \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)^2} = mg \Rightarrow g = G \frac{M_T}{(R_T + h)^2} \quad \text{لدينا:}$$

$$g = 9,7 \text{ m.s}^{-2} \quad \text{ع:}$$

2- السقوط الحر (بداية السقوط)

1-2- السقوط الحر هو السقوط الذي يكون فيه الجسم خاضعاً لتأثير وزنه فقط.

2- باعتبار محور (OX) موجه نحو الأسفل:

- المجموعة المدروسة: المظلي وتجهيزاته.

- جرد القوى: الوزن \vec{P}

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} = m\vec{a}_G = m\vec{a} \quad \text{لدينا:}$$

$$a = g = 9,7 \text{ m.s}^{-2} \quad \text{الإسقاط على المحور OX:}$$

3- بما ان $a = Cte$ إذن: $v(t) = at + v_0 = gt + v_0$, حيث لدينا $v_0 = 0$

$$v(t_1) = gt_1 \Rightarrow t_1 = \frac{v(t_1)}{g} = \frac{1067}{3,6 \cdot 9,7} \approx 30,6s \quad \text{لدينا:}$$

هذه المدة تتوافق المدة المحددة في النص.

4- بما ان الحركة مستقيمية متغيرة بانتظام إذن: $x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 = 0$ مع $x_0 = 0$ و $x(t) = \frac{1}{2}gt^2$ (m)

$$x_1 = \frac{1}{2}g \left(\frac{v(t_1)}{g} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{(v(t_1))^2}{g} = 4528m \quad \text{و بالتالي:}$$

$$h_1 = h_0 - x_1 = 35472m \quad \text{و منه نجد:}$$

3- شروط درجة الحرارة

3-1- نستعمل مفهوم السرعة في حالة انتقال المادة و مفهوم سرعة الانتشار في حالة انتقال الطاقة دون المادة كما هو الحال بالنسبة للصوت و باقي الموجات.

$$v_s = k\sqrt{T} \Rightarrow \frac{v_s}{v_{s0}} = \sqrt{\frac{\theta_1}{\theta_0}} \Rightarrow \frac{\theta_1}{\theta_0} = \left(\frac{v_s}{v_{s0}} \right)^2 \Rightarrow \theta_1 = \theta_0 \left(\frac{v_s}{v_{s0}} \right)^2 \quad \text{لدينا:}$$

$$\theta_1 = 273 * \left(\frac{1067}{1193} \right)^2 = 218,38K = -54,62^\circ C \quad \text{ت ع:}$$

الجزء الثاني: القفزة التقليدية

1- المرحلة الأولى:

$$k = \frac{F}{v^2} \Rightarrow [k] = \frac{[F]}{[L]^2[T]^{-2}} = \frac{[M].[L].[T]^{-2}}{[L]^2.[T]^{-2}} = \frac{[M]}{[L]} \quad \text{لدينا:}$$

إذن وحدة k هي $kg.m^{-1}$



-2-1

- جرد القوى:

\vec{P}

الوزن: \vec{F}

قوة الاحتكاك: \vec{F}

- قانون نيوتن الثاني: $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}_G = m\vec{a}$

- الإسقاط على المحور (ox): $P - F = m \frac{dv}{dt}$

و بالتالي: $g_0 - \frac{k}{m}v^2 = \frac{dv}{dt}$ و من تم $mg - kv^2 = m \frac{dv}{dt}$

ت ع: $9,8 - \frac{0,28}{80}v^2 = \frac{dv}{dt}$

و هكذا نحصل على: $9,8 - 0,0035v^2 = \frac{dv}{dt}$

-1-3

$v_l \approx 53m/s ; \tau \approx 5,3s$ -1-1-3

-2-1-3 - لدينا حسب المعادلة التفاضلية: $g_0 - 0,0035v_l^2 = 0$

إذن: $g_0 = 0,0035 * (53)^2 = 9,83m.s^{-2}$

-4-1

$\Delta t = 0,1s$ -1-4-1

$a_4 = 9,8 - 0,0035v_4^2 = 9,8 - 0,0035 * (3,92)^2 = 9,75ms^{-2}$ -2-4-1 - لدينا:

$v_5 = v_4 + a_4 \cdot \Delta t = 3,92 + 9,75 * 0,1 = 4,89m/s$

-5- تاريخ وصول المظلي إلى سطح الأرض حسب المنحنى هو تاريخ الذي يكون فيه $x=1000m$

نجد $t=22,5s$

2- المرحلة الثانية:

-2-2- بنفس الطريقة أعلاه نجد المعادلة التفاضلية: $g_0 - \frac{k'}{m}v^2 = \frac{dv}{dt}$

و بالتالي نجد: $g_0 - \frac{k'}{m}v'^2 = 0 \Rightarrow k' = \frac{mg_0}{v'^2}$

ت ع: $k' = \frac{80*9,8}{4,5^2} = 38,7kg.m^{-1}$

-2-2

